

# 電気走性アクチュエーションにおける ゾウリムシの非ホロノミック性

尾川順子 (東大) 奥寛雅 (東大) 橋本浩一 (東北大) 石川正俊 (東大)

## Nonholonomy of Paramecium Cell in Galvanotactic Actuation

\*Naoko OGAWA (Univ. of Tokyo), Hiromasa OKU (Univ. of Tokyo),  
Koichi HASHIMOTO (Tohoku Univ.), Masatoshi ISHIKAWA (Univ. of Tokyo)

**Abstract**— Our purpose is to utilize microorganisms as micro-robots by using galvanotaxis (locomotor response to electrical stimulus). In this paper, nonholonomy of a Paramecium cell in galvanotactic actuation is discussed using the dynamics model constructed in the previous paper, and it is shown that a cell is a nonholonomic system and globally controllable.

**Key Words:** Paramecium, Microorganism, Galvanotaxis, Micromachine, Nonholonomic System

### 1. まえがき

近年、マイクロメートルオーダの微細な世界の計測・制御に対する要求が高まりつつあり、操作者の作業を支援し負担を軽減する自動化技術の導入が望まれている。しかし現存するマイクロマシン技術はセンサ搭載や電源供給・配線が困難などの問題から、非自律的・受動的な単独機能の実現にとどまっている。一方、微生物はその進化の過程で高性能なセンサとアクチュエータを体内に獲得してきた。もし微生物の生理機構にはたらきかけてその特性を制御できれば、既存のシステムを超える様々な機能が実現できる可能性がある。我々はこの観点から、Fig.1 のように微生物個体を高機能マイクロロボットとみなして制御することを目指している [1]。

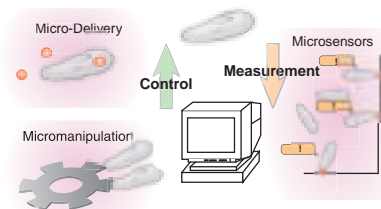


Fig.1 微生物をマイクロロボットとして利用する

微生物のマイクロロボット応用においてアクチュエーション技術の確立は最重要課題であり、非侵襲、非接触な手法が望ましい。ひとつの可能性として著者が注目したのは、微生物の「走性」、すなわちある種の外部刺激に対して定位しながら移動する性質である。例えばゾウリムシ (*Paramecium caudatum*) などの原生動物は、溶液中に電圧が印加されると負極方向に泳ぐという顕著な負の電気走性をもつ。これを利用すれば電気刺激によって微生物の運動方向を制御できることになる。

これまでゾウリムシに対し電気走性を利用したごく単純な運動制御が行われているが [2, 1, 3], これらは経験則に基づいた制御のため、制御性能に限界があった。これに対し、ゾウリムシをロボティクスの枠組か

ら議論すればより高度な制御が可能になると考えられる。このための最低限の準備として、まずゾウリムシの物理的なダイナミクスを把握し数学的に表現することが必要となる。そこで、著者らはゾウリムシの電気走性のダイナミクスモデルを構築し、実際のゾウリムシの行動と比較してその振舞いが定性的に妥当であること、陰極への遊泳や U ターン行動などが再現されることを確認した [4]。

一方で、ゾウリムシは繊毛によって水中を遊泳する生物であることから、AUV, 船舶, 自動車などの非ホロノミック系とのアナログが成立すると直観的に予想される。ゾウリムシを非ホロノミック系という観点から考察することにより、ロボティクス分野で培われてきた軌道計画手法などを適用することが可能となると考えられる。本稿では構築したモデルをもとに、ゾウリムシの非ホロノミック性について議論する。

### 2. ゾウリムシ電気走性ダイナミクスモデル

#### 2-1 ゾウリムシとその電気走性

ゾウリムシ (*Paramecium caudatum*) は体長 200 ~ 250  $\mu\text{m}$  ほどの楕円体形の単細胞生物である [5]。体表面に無数に生えている繊毛を繰り返し動かす (繊毛打) ことで水を後方に押し、その反作用で遊泳する。この繊毛運動は、細胞の膜電位の変化とそれに伴うイオン濃度変化によって制御される。もし細胞外部に電場をかけると、膜電位の変動により繊毛運動が変化し、運動に影響が生じる。具体的には陰極に向かって泳ぐようになる。これを負の電気走性という。

電場の中におかれたゾウリムシを観察すると、特徴的な繊毛反応がみられる。Fig. Fig.2 のように、電場方向に垂直な平面をやや陰極よりに置いてゾウリムシを二分したと考えると、陽極側の繊毛は激しく打ち出し (繊毛打強化)、陰極側の繊毛は逆向きに激しく打ち出す (繊毛打逆転)。これは Ludloff 現象と呼ばれ、これによってゾウリムシの負の電気走性は定性的に説明される [6]。すなわち、Fig. 2 の網掛け部分における繊毛打方向の非対称性により生じる回転力が、ゾウリム

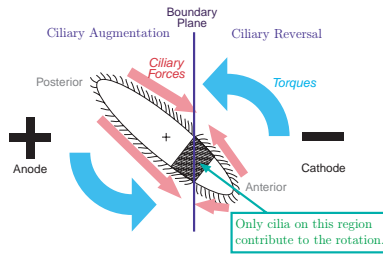


Fig.2 Ludloff 現象によるゾウリムシ電気走性の定性的説明

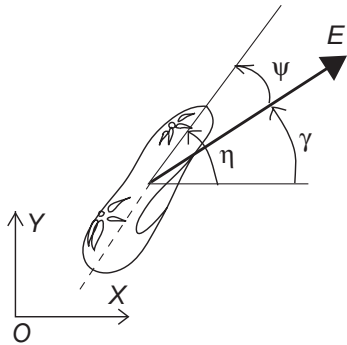


Fig.3 問題設定

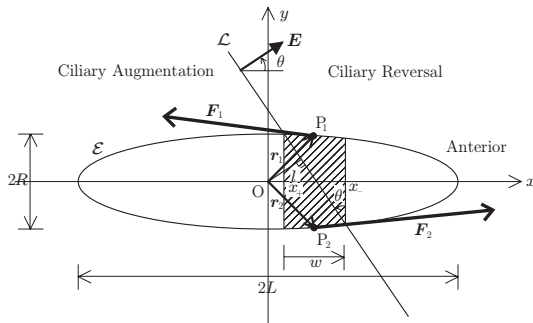


Fig.4 ローカル座標系とパラメータ

シを陰極に向かわせることとなる（その他の部分の繊毛運動は左右対称であるため、回転には寄与しない）。

## 2.2 ダイナミクスモデル構築の準備

これまでゾウリムシの電気走性は Ludloff 現象による定性的説明しかされてこなかった。著者らはゾウリムシをロボティクスの枠組から扱う最低限の準備として、ゾウリムシ電気走性を記述するダイナミクスモデルと運動方程式を構築した [4]。本節ではこれを概観する。詳細は文献 [4] を参照されたい。

Fig.3 のように、グローバル座標系の位置  $(X, Y)$  にゾウリムシがあり、体軸が  $X$  軸となす角度が  $\eta$  であるとする。いま、ここに電場刺激を印加することを考える。電場の強さを  $E$ 、向きを  $\gamma$  とする。電場の相対的な向きは  $\psi = \eta - \gamma$  となる。

ゾウリムシを楕円体として近似し、電気走性にとって本質的でない螺旋運動を考えないことにすると、ゾウリムシの運動は 2 次元  $XY$  平面内で記述できる。細胞を中心としたローカル座標系 (Fig.4) を考えることにより、繊毛運動の非対称性が生じている部分 (Fig.4 の網掛け部分) が生む推進力を求めることができ、ゾウリムシを陰極に向かわせるトルクが求まる。

以下では、ゾウリムシを長径  $2L$ 、短径  $2R$  ( $L > R$ ) の楕円とみなす。これによりゾウリムシはローカル座標系において楕円  $\mathcal{E} : x^2/L^2 + y^2/R^2 = 1$  で表される。

繊毛は、楕円周上に線密度  $n$  で一様に分布しているものとし、繊毛の向きは、正転時には接線方向後方、逆転時には接線方向前方を向いているとする。電場印加時には、Ludloff 現象により電場に垂直な面（以下、繊毛打境界面）を境に、陰極側で逆転、陽極側で正転が起こるとする。繊毛打境界面は、楕円中心から陰極方向に距離  $l$  ( $l < R$ ) の位置に形成されるとする。繊毛打頻度は均一とし、電場  $E$  印加時の値を  $\varphi(E)$  とする。繊毛 1 本が出す力は  $\varphi$  に比例するとし、比例係数を  $\alpha$  とする。

## 2.3 回転トルクの見積り

電場中のゾウリムシが陰極の方向へ泳いでいくのは、繊毛打方向の非対称性により回転トルクが生じるためである。本節ではこのトルクを見積もる。

いま計算を簡単にするために、ローカル座標系における電場ベクトルの角度として  $\theta$  を導入すると、 $\theta = -\psi$  である。このとき繊毛打境界面は、直線  $\mathcal{L} : y = -x/\tan\theta + l/\sin\theta$  で表されることになる。

繊毛打方向の非対称性は、この繊毛打境界面と楕円の交差する台形状の部分 (Fig.4 の網掛け部分) のみ生じ、その他の部分の繊毛が生み出す推進力は回転にはいっさい寄与しない。そこで、以下ではこの台形部分上の繊毛による推進力についてのみ考える。

台形部分の上辺と下辺にあたる垂直な 2 直線の  $x$  座標のうち、 $y$  座標が大きい方の点の  $x$  座標を  $x_+$ 、小さい方の点の  $x$  座標を  $x_-$  とする。 $x_+$  と  $x_-$  は、楕円  $\mathcal{E}$  と直線  $\mathcal{L}$  の 2 式より  $y$  を消去して得られる。

さて、回転を生み出す力については、本来は各繊毛の微小な力を考慮する必要があるが、ここではそれらの合力を考え、簡単のため、力の作用点は台形の高さの midpoint  $P_1(x_a, y_a)$ ,  $P_2(x_a, -y_a)$  とし ( $y_a \geq 0$ )、力の向きはその点での楕円接線の向きとする。また、 $r_1 = \overrightarrow{OP_1}$ ,  $r_2 = \overrightarrow{OP_2}$  とする。 $x_a, y_a$  は  $x_+$  と  $x_-$  で表せる。

作用点  $(x_a, \pm y_a)$  における各接線の傾き  $m$  は  $m = \pm R^2 x_a / L^2 y_a$  となり、正規化された接線ベクトルは  $(1/\sqrt{1+m^2}, m/\sqrt{1+m^2})$  となる。これらのうち、点  $P_1$  での接線ベクトルを  $m_1$ 、点  $P_2$  での接線ベクトルを  $m_2$  とする。ここから、点  $P_1, P_2$  における単位力ベクトル  $e_1, e_2$  は、繊毛打方向を考慮して、

$$e_1 = -m_1 \quad (\text{繊毛打反転}), \quad e_2 = m_2 \quad (\text{繊毛打正転})$$

で表される。

また、力の大きさが繊毛本数  $n$  に比例し、繊毛本数が台形部分の幅 (符号つきの値  $\theta$  と同符号)  $w = x_- - x_+$  に比例すると仮定すれば、点  $P_1, P_2$  における推進力ベクトルはそれぞれ、

$$F_1 = \alpha\varphi(E)wne_1, \quad F_2 = \alpha\varphi(E)wne_2$$

で与えられる。

よって、ゾウリムシの力学的な重心が楕円中心にあると仮定すると、点  $P_1, P_2$  におけるトルクは、

$$\tau_1 = r_1 \times F_1, \quad \tau_2 = r_2 \times F_2$$

で与えられる。ただし外積の計算では、各ベクトルは3次元として扱っている。ゾウリムシを回転させるトルクは、これらの和

$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

で与えられる。 $\tau$  は明らかに  $z$  成分以外は0であるので、以下では  $z$  成分のみを単にトルク  $\tau$  と呼ぶ。

最終的に  $\tau$  に  $\psi = -\theta$  を代入して、グローバル座標系での表記に直すと、

$$\begin{aligned} \tau(\psi, E) &= -\frac{4LR^2\alpha\varphi(E)ns\sqrt{L^2c^2 + R^2s^2 - l^2}}{\sqrt{L^4c^4 + 2L^2R^2c^2s^2 + R^4s^4 - L^2l^2c^2 + R^2l^2c^2}} \end{aligned}$$

となる。ただし  $s = \sin \psi$ ,  $c = \cos \psi$  である。

## 2.4 ゾウリムシの運動方程式

ゾウリムシの存在するマイクロメートルオーダの世界では、流体の慣性抵抗はほとんど無視することができ、代わって粘性抵抗が支配的になることから、Stokesの法則が利用できる。

楕円体の粘性抵抗の理論的な評価が難しいことから、簡単のため球に対する Stokes の式を利用すると、並進の運動方程式は

$$M\ddot{X} + D\dot{X} = 2\alpha\varphi(E)n|x_a(\psi)|\cos\eta \quad (1)$$

$$M\ddot{Y} + D\dot{Y} = 2\alpha\varphi(E)n|x_a(\psi)|\sin\eta \quad (2)$$

と求まる。ただし、 $x_a(\psi) = lL^2c/(R^2s^2 + L^2c^2)$ ,  $M$  は質量、 $D$  は推進方向の粘性摩擦係数である。これは、細胞の向きの方向に、電場と細胞の姿勢に依存した大きさの推進力が働いていることを意味する。

また、前節で求めたトルクを用いて、回転の運動方程式も同様に

$$I\ddot{\psi} + D'\dot{\psi} = \tau(\psi, E) \quad (3)$$

のようになる。ただし  $I$  は楕円体の慣性モーメント、 $D'$  は回転方向の粘性摩擦係数である。

## 3. ゾウリムシの非ホロノミック性

本節では構築したモデルをもとに、ゾウリムシ電気走性の非ホロノミック性について議論する。

### 3.1 ダイナミクスモデルの簡略化

ゾウリムシの運動方程式は非線形性を含み、また加速度拘束を含むため、一般に解析が非常に困難である。そこで、本節では以下のような仮定に基づき、式を近似し、簡略化する。

まず、ゾウリムシの存在するマイクロメートルオーダの世界では、流体の慣性抵抗はほとんど無視することができ、代わって粘性抵抗が支配的になる。これは、ゾウリムシの長さ  $2L = 200 \mu\text{m}$ 、およそその速度オーダ  $v = 1\text{mm/s}$ 、水の動粘性係数  $\nu = 1.00 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$  を用いるとゾウリムシ世界のレイノルズ数が  $Re = 0.2$  と非常に小さな値になることからわかる。よって、運動方程式 eq.(3) において慣性項  $I\ddot{\psi}$  は粘性項  $D'\dot{\psi}$  に比べて無視できるほど小さいといえる (実際、概算すると

$I = 1.74 \times 10^{-18}$ ,  $D' = 2.35 \times 10^{-14}$  である)。同様に並進の式 eq.(1), eq.(2) においても  $M = 2.62 \times 10^{-10}$ ,  $D = 4.71 \times 10^{-7}$  であり、慣性項は粘性項に比べて無視できるほど小さい (パラメータの値は文献 [4] 参照)。

このことから、運動方程式は慣性項を無視して以下のように近似される。

$$D'\dot{\psi} = \tau(\psi, E)$$

$$D\dot{X} = 2\alpha\varphi(E)n|x_a(\psi)|\cos\eta$$

$$D\dot{Y} = 2\alpha\varphi(E)n|x_a(\psi)|\sin\eta$$

これは、ダイナミクスモデルによるオーバーラン現象の評価において得られた、ダイナミクスよりもキネマティクスが運動軌跡にとって支配的であるという示唆に沿ったものでもある [7]。

次に、簡単のため繊毛打頻度  $\varphi$  は、 $E$  に対して比例するという仮定をおく。実際には電場がない状況でも繊毛打頻度はゼロではなくオフセットが存在するが、電場なしの状況は本稿では考察の対象としない。また繊毛打頻度は電場強さに対して単調増加することが知られており、大きな矛盾はない。このことから、比例係数  $\beta$  を用いて  $\varphi = \beta E$  とおける。

また簡単のため、前方推進力は姿勢に依存せず一定である、と仮定する。これにより  $x_a(\psi) = x_a(0) = l$  とおくことができ、eq.(1), eq.(2) は比例係数  $a = 2\alpha\beta n l$  を用いて、

$$D\dot{X} = aE\cos\eta$$

$$D\dot{Y} = aE\sin\eta$$

と書ける。

さらに、角度  $\psi$  は  $\pm\pi/2$  未満であると仮定すれば、 $\tau(\psi, E)$  は  $\psi$  に対して単調減少することが言えるので、 $\tau(\psi, E)$  は  $\psi$  に対して比例すると大まかに近似することができる [4]。比例係数を  $b$  として、 $\tau(\psi, E) = bE\psi$  とおき、 $\psi = \eta - \gamma$  を用いると、運動方程式は

$$\dot{\eta} = \frac{bE}{D'}(\eta - \gamma) + \dot{\gamma}$$

となる。

最後に操作者は、電場の向きの変化分  $\dot{\gamma}$  を制御可能であるとする。

### 3.2 非ホロノミック系としてのゾウリムシ

非ホロノミック性はロボットや移動体をはじめ多くの物理システムにみられる性質であり、近年ロボティクス分野において熱心に研究されている [8, 9, 10]。本節では非ホロノミック研究の知見をゾウリムシのダイナミクスモデルに適用する。

前節の仮定から、

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a}{D}\cos\eta & 0 \\ \frac{a}{D}\sin\eta & 0 \\ \frac{b}{D'}(\eta - \gamma) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (4)$$

と書ける．これは電場の向きの変化分と大きさを制御入力としたときのゾウリムシの運動を示している．

ここで， $q = (X, Y, \eta)^t$ ， $u = (E, \gamma)^t$  とおき，eq.(4)の行列を  $P$  とおくと，

$$\dot{q} = P(q)u$$

となる．これは，上記の近似のもとではゾウリムシが入力  $u$  に対して線形な対称 affine 系として書けることを示している．

また，eq.(4) から，

$$\dot{X} \sin \eta - \dot{Y} \cos \eta = 0 \quad (5)$$

という式が導かれる．ここで， $G(q) = (\sin \eta, -\cos \eta, 0)$  とおくと，eq.(5) は

$$G(q)\dot{q} = 0$$

と表せる．これは Pfaffian 形式で表された積分不可能な非ホロノミック拘束であり，物理的にはゾウリムシが横すべりしないということを表している．

### 3.3 可制御性

eq.(5) からベクトル場を次のようにとる．

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \end{bmatrix}$$

$$p_1 = \begin{pmatrix} \frac{a}{D} \cos \eta \\ \frac{a}{D} \sin \eta \\ \frac{b}{D'}(\eta - \gamma) \end{pmatrix}, \quad p_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

次に Lie bracket 式  $[p_1, p_2]$  を計算する．

$$[p_1, p_2] := \frac{\partial p_2}{\partial q} p_1 - \frac{\partial p_1}{\partial q} p_2 = \begin{pmatrix} \frac{a}{D} \sin \eta \\ -\frac{a}{D} \cos \eta \\ \frac{b}{D'} \end{pmatrix}$$

可到達 distribution は，これらのベクトル場  $p_1, p_2, [p_1, p_2]$  が張る線形空間で与えられる．この空間においては

$$\det(p_1, p_2, [p_1, p_2]) = \begin{vmatrix} \frac{a}{D} \cos \eta & 0 & \frac{a}{D} \sin \eta \\ \frac{a}{D} \sin \eta & 0 & -\frac{a}{D} \cos \eta \\ \frac{b}{D'}(\eta - \gamma) & 1 & -\frac{b}{D'} \end{vmatrix}$$

$$= a^2/D^2$$

となり，すべての  $q \in \mathbb{R}^3$  において  $p_1, p_2, [p_1, p_2]$  が線形独立であることがわかる．このことから，このモデルは完全非ホロノミック拘束系であり，大域的に可制御であることが示せた．

### 3.4 軌道計画への指針

得られた eq.(4) が，よく知られた二輪車 (two-wheeled vehicle) の対称 affine モデルとよく似た形をもっているのは，興味深いことである．二輪車を代表とする非ホロノミック系において研究されている多くの軌道計画手法がゾウリムシにも適用できる可能性は高い．ただし二輪車と異なる点として，後退ができない ( $E > 0$ ) などの性質を考慮した軌道計画が必要となると考えられる．

## 4. むすび

本稿では，ゾウリムシのマイクロロボット応用にあたり，電気走性アクチュエーションのダイナミクスモデルからゾウリムシの非ホロノミック性を議論した．モデルを簡略化することにより，ゾウリムシが二輪車によく似た非ホロノミック拘束系であること，大域的に可制御であることを示した．この結果により，ロボティクスにおいて確立された非ホロノミック系の軌道計画手法がゾウリムシに適用できる可能性がひらかれた．

### 参考文献

- [1] N. Ogawa, H. Oku, K. Hashimoto, and M. Ishikawa: "Microrobotic visual control of motile cells using high-speed tracking system," IEEE Trans. Robotics, vol.21, no.4, Aug. 2005 (in press).
- [2] A. Itoh: "Motion control of protozoa for bio MEMS," IEEE/ASME Trans. Mechatronics, vol.5, no.2, pp.181-188, June 2000.
- [3] 山根淳, 尾川順子, 奥寛雅, 橋本浩一, 石川正俊: "ゾウリムシの運動制御のための電流制御型電気刺激デバイス", 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 2004 (ROBOMECH '04) 講演論文集, pp.1A1-H-28, Jun. 2004.
- [4] N. Ogawa, H. Oku, K. Hashimoto, and M. Ishikawa: "Dynamics model of paramecium galvanotaxis for microrobotic application," Proc. 2005 IEEE Int. Conf. Robotics & Automation (ICRA 2005), pp.1258-1263, Apr. 2005.
- [5] 内藤豊: 単細胞動物の行動—その制御のしくみ—, UP バイオロジー 85, 東京大学出版会, Dec. 1990.
- [6] K. Ludloff: "Untersuchungen über den Galvanotropismus," Archiv für die Gesamte Physiologie, vol.59, pp.525-554, 1895.
- [7] 尾川順子, 奥寛雅, 橋本浩一, 石川正俊: "ゾウリムシ電気走性のダイナミクスモデルによるオーバランの評価", 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 2005 (ROBOMECH '05) 講演論文集, pp.2P1-N-078, Jun. 2005.
- [8] 美多勉: 非線形制御入門—劣駆動ロボットの技能制御論—, 昭晃堂, 2000.
- [9] 中村仁彦: "非ホロノミックロボットシステム—第1回非ホロノミックなロボットって何?" , 日本ロボット学会誌, vol.11, no.4, pp.521-528, Apr. 1993.
- [10] 中村仁彦: "非ホロノミックロボットシステム—第2回幾何学的な非ホロノミック拘束の下での運動計画", 日本ロボット学会誌, vol.11, no.5, pp.655-662, May 1993.